問3　ニューラルネットワークに関する次の記述を読んで，設問1～4に答えよ。

AI 技術の進展によって，機械学習に利用されるニューラルネットワークは様々な分野で応用されるようになってきた。ニューラルネットワークが得意とする問題に分類問題がある。例えば，ニューラルネットワークによって手書きの数字を分類（認識）することができる。

分類問題には線形問題と非線形問題がある。図 1 に線形問題と非線形問題の例を示す。2 次元平面上に分布した白丸（○）と黒丸（●）について，線形問題（図 1 の(a)）では 1 本の直線で分類できるが，非線形問題（図 1 の(b)）では 1 本の直線では分類できない。機械学習において分類問題を解く機構を分類器と呼ぶ。ニューラルネットワークを使うと，線形問題と非線形問題の両方を解く分類器を構成できる。

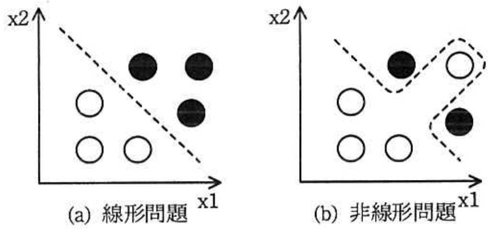
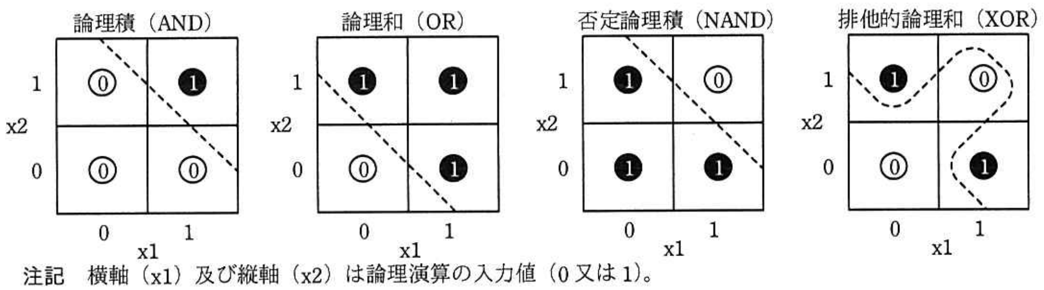


図1　線形問題と非線形問題の例

2 入力の論理演算を分類器によって解いた例を図 2 に示す。図 2 の論理演算の結果（丸数字）は，論理積（AND），論理和（OR）及び否定論理積（NAND）では 1 本の直線で分類できるが，排他的論理和（XOR）では 1 本の直線では分類できない。この性質から，前者は線形問題，後者は非線形問題と考えることができる。

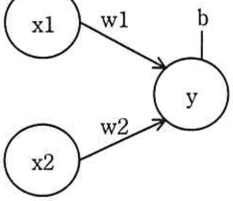


注記　横軸（x1）及び縦軸（x2）は論理演算の入力値（0 又は 1）。
丸数字は論理演算の出力値（演算結果）。破線は出力値を分類する境界。

図2　2入力の論理演算を分類器によって解いた例

〔単純パーセプトロンを用いた論理演算〕

ここでは，図 2 に示した四つの論理演算の中から，排他的論理和以外の三つの論理演算を，ニューラルネットワークの一種であるパーセプトロンを用いて，分類問題として解くことを考える。図 3 に最もシンプルな単純パーセプトロンの模式図とノードの演算式を示す。ここでは，円をノード，矢印をアークと呼ぶ。ノード x1 及びノード x2 は論理演算の入力値，ノード y は出力値（演算結果）を表す。ノード y の出力値は，アークがもつ重み（w1, w2）とノード y のバイアス（b）を使って，図 3 中の演算式を用いて計算する。



$$y = \begin{cases} 0 & (x1 \times w1 + x2 \times w2 + b \leqq 0\text{の場合}) \\ 1 & (x1 \times w1 + x2 \times w2 + b > 0\text{の場合}) \end{cases}$$

図 3　単純パーセプトロンの模式図とノードの演算式

単純パーセプトロンに適切な重みとバイアスを設定することで，論理積，論理和及び否定論理積を含む線形問題を計算する分類器を構成することができる。一般に，重みとバイアスは様々な値を取り得る。表 1 に単純パーセプトロンで各論理演算を計算するための重みとバイアスの例を示す。

例えば，表 1 の論理和の重みとバイアスを設定した単純パーセプトロンに x1=1, x2=0 を入力すると，図 3 の演算式から 1×0.5+0×0.5−0.2=0.3>0 となり，出力値は y=1 となる。

表 1　単純パーセプトロンで各論理演算を計算するための重みとバイアスの例

論理演算	w1	w2	b
論理積	0.5	0.5	a
論理和	0.5	0.5	−0.2
否定論理積	−0.5	−0.5	0.7

〔単純パーセプトロンのプログラム〕

単純パーセプトロンの機能を実装するプログラム simple_perceptron を作成する。

プログラムで使用する定数，変数及び配列を表 2 に，プログラムを図 4 に示す。simple_perceptron は，論理演算の入力値の全ての組合せ X から論理演算の出力値 Y を計算する。ここで，関数に配列を引数として渡すときの方式は参照渡しである。また，配列の添え字は 0 から始まるものとする。

表 2　プログラム simple_perceptron で使用する定数，変数及び配列

名称	種類	説明
NI	定数	入力ノードの数を表す定数。 表 1 の論理演算では，2 入力なので，2 となる。
NC	定数	論理演算の入力値の全ての組合せの数を表す定数。 表 1 の論理演算では，4 となる。
X	配列	論理演算の入力値の全ての組合せを表す 2 次元配列。 表 1 の論理演算では，[[0,0], [0,1], [1,0], [1,1]]が設定されている。
Y	配列	論理演算の出力値（演算結果）を格納する 1 次元配列。 表 1 の論理和では，入力値 X に対応して[0, 1, 1, 1]となる。
WY	配列	ノード y のアークがもつ重みの値を表す 1 次元配列。 表 1 の論理和では，[0.5, 0.5]を与える。
BY	変数	ノード y のバイアスの値（b）を表す変数。 表 1 の論理和では，−0.2 を与える。

```
function simple_perceptron(X, Y)
  for( out を 0 から NC−1 まで 1 ずつ増やす )
    ytemp ← [  ア  ]
    for( in を 0 から NI−1 まで 1 ずつ増やす )
      ytemp ← ytemp ＋ [  イ  ] × [  ウ  ]
    endfor
    if( ytemp が [  エ  ] )
      Y[out] ← 1
    else
      Y[out] ← 0
    endif
  endfor
endfunction
```

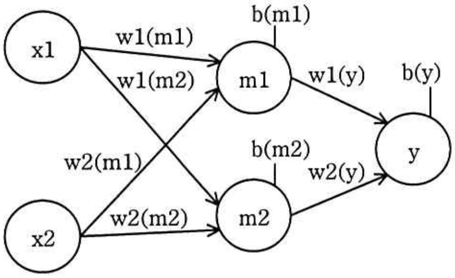
図 4　単純パーセプトロンのプログラム

〔3 層パーセプトロンを用いた論理演算〕

パーセプトロンの層を増やすと，単純パーセプトロンでは解くことのできない非線形問題を解くことができるようになる。例えば排他的論理和を計算する分類器は，3

層パーセプトロンを用いて構成することができる。

3 層パーセプトロンの模式図とノードの演算式を図 5 に，排他的論理和を計算するための重みとバイアスの例を表 3 に示す。ノード m1 及びノード m2 を中間ノードと呼ぶ。



$$m1 = \begin{cases} 0 & (x1 \times w1(m1) + x2 \times w2(m1) + b(m1) \leqq 0 \text{の場合}) \\ 1 & (x1 \times w1(m1) + x2 \times w2(m1) + b(m1) > 0 \text{の場合}) \end{cases}$$

$$m2 = \begin{cases} 0 & (x1 \times w1(m2) + x2 \times w2(m2) + b(m2) \leqq 0 \text{の場合}) \\ 1 & (x1 \times w1(m2) + x2 \times w2(m2) + b(m2) > 0 \text{の場合}) \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 0 & (m1 \times w1(y) + m2 \times w2(y) + b(y) \leqq 0 \text{の場合}) \\ 1 & (m1 \times w1(y) + m2 \times w2(y) + b(y) > 0 \text{の場合}) \end{cases}$$

図 5　3 層パーセプトロンの模式図とノードの演算式

表 3　3 層パーセプトロンで排他的論理和を計算するための重みとバイアスの例

ノード	w1	w2	b
m1	0.5	0.5	−0.2
m2	−0.5	−0.5	0.7
y	0.5	0.5	−0.6

〔3 層パーセプトロンのプログラム〕

3 層パーセプトロンの機能を実装するプログラム three_layer_perceptron を作成する。表 2 に示したものに加えて，このプログラムで使用する定数及び配列を表 4 に，プログラムを図 6 に示す。three_layer_perceptron は，論理演算の入力値の全ての組合せ X から論理演算の出力値 Y を計算する。

表 4　プログラム three_layer_perceptron で使用する定数及び配列

名称	種類	説明
NM	定数	中間ノードの数を表す定数。 図 5 では，中間ノードが m1 及び m2 の二つなので，2 となる。
M	配列	中間ノードの演算結果を格納する 2 次元配列。
WM	配列	中間ノードのアークがもつ重みの値を表す 2 次元配列。 表 3 の排他的論理和では，[[0.5, 0.5], [−0.5, −0.5]] を与える。
BM	配列	中間ノードのバイアスの値(b)を入れる 1 次元配列。 表 3 の排他的論理和では，[−0.2, 0.7] を与える。

```
function three_layer_perceptron(X, Y)
  for( out を 0 から NC−1 まで 1 ずつ増やす )
    ytemp ← [  ア  ]
    for( mid を 0 から NM−1 まで 1 ずつ増やす )
      mtemp ← BM[mid]
      for( in を 0 から NI−1 まで 1 ずつ増やす )
        mtemp ← mtemp + [  イ  ] × [  オ  ]
      endfor
      if( mtemp が [  エ  ] )
        M[out][mid] ← 1
      else
        M[out][mid] ← 0
      endif
      ytemp ← ytemp + [  カ  ] × [  キ  ]
    endfor
    if( ytemp が [  エ  ] )
      Y[out] ← 1
    else
      Y[out] ← 0
    endif
  endfor
endfunction
```

図6　3層パーセプトロンのプログラム

設問1　表 1 中の [a] に入れる適切な数値を解答群の中から選び，記号で答えよ。

解答群

ア　−0.7　　イ　−0.2　　ウ　0.2　　エ　0.7

設問2　表 3 の値を用いた場合に，図 5 で入力値 x1=1，x2=0 に対する中間ノード m2 の出力値を答えよ。

設問3　図 4 及び図 6 中の [ア] ～ [キ] に入れる適切な字句を答えよ。

設問4　2 入力の同値（EQ）と否定論理和（NOR）のうち，単純パーセプトロンで解くことができるのはどちらか。論理演算の名称を答え，解くことができる理由を 20 字以内で述べよ。

なお，同値とは，二つの入力値が等しい場合に 1，等しくない場合に 0 となる論理演算である。